Mécanique des fluides

1 - Hypothèses

Tous les fluides que nous étudierons seront considérés comme incompressible, c'est à dire que leur masse volumique reste constante :

$$\rho = \frac{m}{V} = constante$$

avec m : masse en kg V : volume en m^3

ρ : masse volumique en kg/m^3

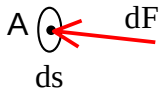
Les liquides comme l'eau ou l'huile pourront être considérés comme des fluides incompressibles. Les gaz comme l'air ne pourront pas être considérés comme des fluides incompressibles.

2 - Statique des fluides (hydrostatique)

2.1 Pression d'un fluide

2.1.1. définition

La pression en un point quelconque d'un fluide caractérise la force élémentaire exercée sur une surface élémentaire de fluide :



$$p = \frac{dF}{dS}$$

avec dF force élémentaire en N

dS surface élémentaire en m^2

p pression en Pa (ou N/m^2)

2.1.2. unités usuelles

L'unité légale est le **pascal** : $1\ Pa = 1\ N/m^2$

mais on rencontre souvent :

- le **mégapascal** : $1\ MPa = 1\ N/mm^2$
- le **bar** : $1\ bar \approx 10^5\ Pa \approx 0{,}1\ MPa \approx 0{,}1\ daN/cm^2$

1 bar équivaut à la pression atmosphérique terrestre au niveau de la mer.

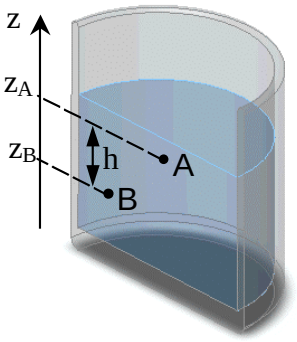
2.1.3. pression relative (ou effective)

C'est la pression couramment indiquée par les appareils de mesure. C'est la différence entre la pression absolue (réelle) et la pression atmosphérique :

$$p_{eff} = p_{réelle} - p_0$$

La pression d'un pneumatique d'automobile s'exprime par exemple en pression relative.

2.2 Pression dans un fluide soumis à l'attraction terrestre



Considérons 2 points A et B dans un fluide à des altitudes différentes z_A et z_B. Les pressions p_A et p_B respectivement au point A et B sont alors liées par la relation suivante :

$$p_A - p_B = \rho \cdot g \cdot (z_B - z_A)$$

ou $\boxed{\Delta p = \rho \cdot g \cdot h}$

avec ρ : masse volumique du fluide en $\mathrm{kg/m^3}$

$g = 9{,}81 \approx 10\ \mathrm{m.s^{-2}}$: accélération de la pesanteur

2.3 Théorème de Pascal

Toute variation de pression en un point d'un fluide au repos entraîne la même variation de pression en tout point du fluide.

3 - Ecoulement permanent

3.1 Débit d'un fluide dans une conduite

3.1.1. débit volumique

$\boxed{q_V = S \cdot \mathrm{v}}$

avec S : section de la conduite en $\mathrm{m^2}$

v : vitesse (ou célérité) du fluide dans la conduite en $\mathrm{m/s}$

q_V : débit volumique en $\mathrm{m^3/s}$

3.1.2. débit massique

$\boxed{q_m = \rho \cdot q_V}$

avec ρ : masse volumique du fluide en $\mathrm{kg/m^3}$

q_V : débit volumique en $\mathrm{m^3/s}$

q_m : débit massique en $\mathrm{kg/s}$

3.2 Caractéristiques d'un écoulement – nombre de Renolds

Le nombre de Renolds permet de caractériser un écoulement. Il s'exprime de la façon suivante :

$\boxed{R = \dfrac{\mathrm{v}.d}{\nu}}$

avec v : vitesse (ou célérité) du fluide dans la conduite en $\mathrm{m/s}$

d : diamètre de la conduite en m

ν : viscosité cinématique du fluide en $\mathrm{m^2/s}$

(unité courante : le stocke : $1\ \mathrm{St} = 10^{-3}\ \mathrm{m^2/s}$)

- $R < 2000$ → écoulement **laminaire**
- $2000 < R < 10^5$ → écoulement **turbulent lisse**
- $R > 10^5$ → écoulement **turbulent rugueux**

3.3 Pertes de charge

On appelle pertes de charge J l'énergie perdue par unité de masse d'un fluide. Elle s'exprime en J/kg et son signe est toujours négatif (perte d'énergie).

3.3.1. Pertes de charge régulières

C'est l'énergie perdue par frottement entre les filets de fluide (viscosité) et contre les parois :

$$J = -\lambda \frac{v^2}{2} \cdot \frac{l}{d}$$

avec λ : coefficient de pertes de charge (sans unité)
l : longueur de la conduite considérée en m

- écoulement laminaire → $\lambda = \frac{64}{R}$ (Poiseuille)
- écoulement turbulent lisse → $\lambda = 0{,}316 R^{-0{,}25}$ (Blasius)
- écoulement turbulent rugueux → $\lambda = 0{,}79\sqrt{\frac{\varepsilon}{d}}$ (Blench)

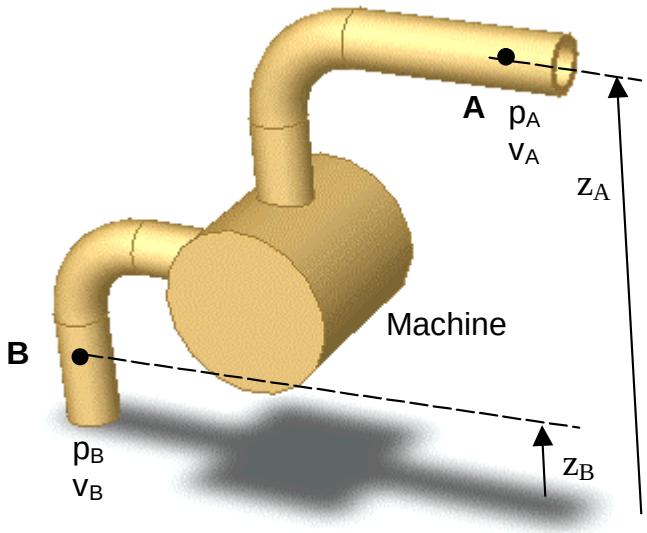
3.3.2. Pertes de charge singulières

C'est l'énergie perdue par les turbulences des filets de fluides dans les variations brusques de section, coudes, etc. :

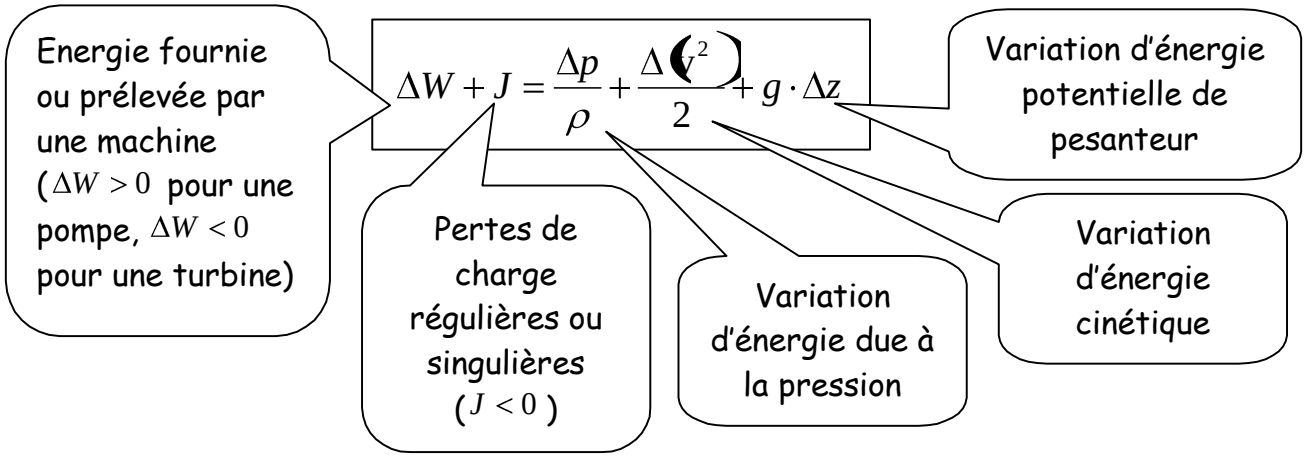
$$J = -\xi \frac{v^2}{2}$$

avec ξ : coefficient caractéristique de « l'accident » de section (sans unité, valeurs données dans des tableaux)

3.4 Théorème de Bernoulli (conservation de l'énergie)



L'énergie mécanique totale d'un fluide devant rester constante, la variation totale d'énergie par unité de masse entre 2 points d'un circuit hydraulique doit rester nulle (en J/kg) :



En multipliant par la masse de fluide m déplacée, on obtient une équation d'énergie en joule (J) :

$$\Delta W + J = Vol \cdot \Delta p + \frac{1}{2} m \cdot \Delta(V^2) + m \cdot g \cdot \Delta z$$

En multipliant par la masse volumique ρ, on obtient une équation de pression en pascal (Pa).

$$\Delta W + J = \Delta p + \frac{\rho}{2} \Delta(V^2) + \rho \cdot g \cdot \Delta z$$

En divisant par l'accélération de la pesanteur g, on obtient une équation en hauteur de liquide en mètres :

$$\Delta W + J = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} + \frac{\Delta(V^2)}{2g} + \Delta z$$